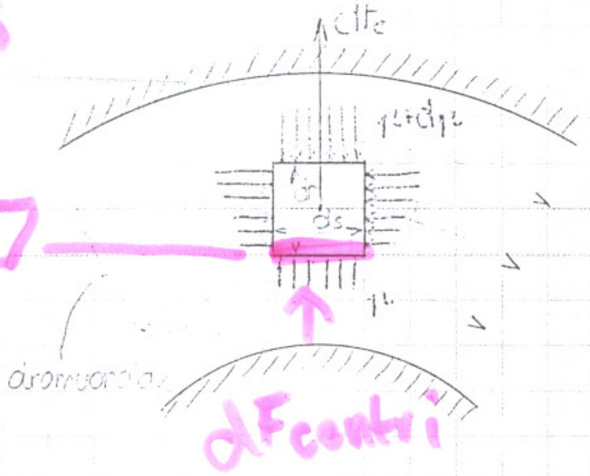
Nyomás változása az áramlásra merőleges irányban:

- Vizsgáljuk meg egy görbe pályán v sebességgel áramló részecskét. Könnyű belátni, hogy a részecske külső felületén a belső felületéhez képest túlnyomásnak kell uralkodnia ahhoz, hogy a részecske a görbült áramvonalon maradjon.
- A részecske méretei:
  - sugárirányban: dr
  - áramlási irányban: ds
  - mélységi irányban: db
- Mivel a részecske az r sugarú görbe pályán v sebességgel áramlik, az arra ható centrifugális erő:

ds·db



$$dF_c = dm \cdot r \cdot \omega^2$$

$$dm = \rho \cdot dr \cdot ds \cdot db \quad [kg/m^3]$$

m³

ny

V

$$\omega^2 = \frac{v^2}{r^2}$$

$$dF_c = \rho \cdot dr \cdot ds \cdot db \cdot \frac{v^2}{r}$$

- A kifelé mutató centrifugális erővel szemben ugyanolyan nagyságú nyomóerő hat

$$dF = (p+dp) \cdot ds \cdot db - p \cdot ds \cdot db$$

$$dF = dp \cdot ds \cdot db$$

- A két $dr \cdot db$ méretű oldallapra ható nyomás egyenlő, ily módon az ezekre ható erők egyensúlyban vannak.
- A dF_c és dF erőket egyenlővé téve, a dp nyomásváltozásra a következő differenciálegyenletet kapjuk:

$$\rho \cdot dr \cdot ds \cdot db \cdot \frac{v^2}{r} = dp \cdot ds \cdot db$$

$$\boxed{\frac{dp}{dr} = \rho \cdot \frac{v^2}{r}}$$

- Ha $r = \infty$ (párhuzamos áramlás), akkor az áramcső keresztmetszetében a nyomás állandó, azaz:

$$\frac{dp}{dr} = 0$$

Perdület állandóságának tétele:

- Vízszintes síkra ($dz=0$) a potenciál állandó ($dU=0$). Állandósult áramlásra a Bernoulli-egyenlet ad összefüggést a v sebesség és a p nyomás között, amely differenciálalakban (vízszintes áramvonalra) így írható:

$$\frac{dp}{\rho \cdot g} + \frac{v \cdot dv}{g} = 0$$

- A nyomás változásának az áramlásra merőleges irányban levezetett összefüggése, másképpen felírva:

$$-\frac{v^2}{r} - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{dp}{dr} = 0$$

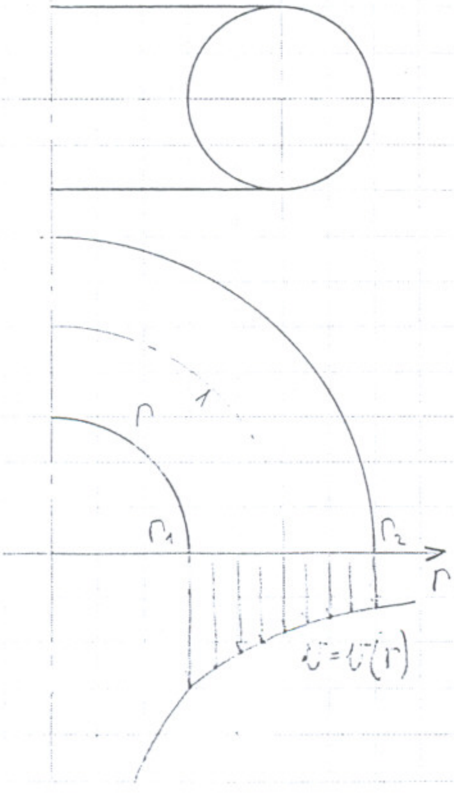
- A két egyenlet összevonása és rendezése után, a szabad áramlás differenciálegyenlete a következő alakba megy át:

$$v \cdot dr + r \cdot dv = 0$$

- Ez azonban a $v \cdot r$ szorzat teljes differenciálja, ami csak akkor zérus, ha a $v \cdot r$ szorzat állandó, azaz:

$$\boxed{v \cdot r = \Pi = \text{állandó}}$$

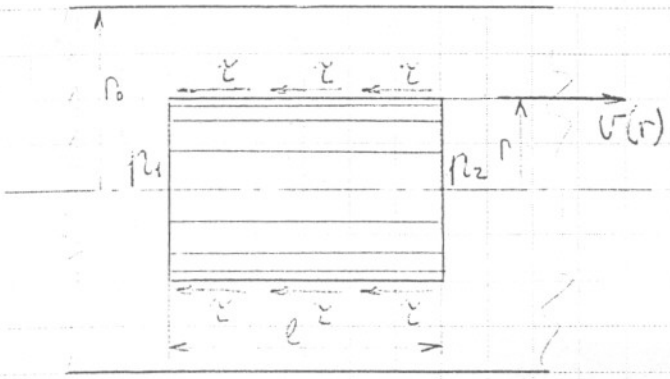
- A $v \cdot r$ szorzat az ún. perdület, vagyis az egységtömeg impulzusnyomatéka a görbületi középpont körül.



- A perdülettétel az ívcsőben áramló ideális folyadék sugármenti sebességeloszlását egyértelműen meghatározza, ha akár a perdületet, akár a sebességek egyikét ismerjük.

$$v = \frac{\Pi}{r} = \frac{r_1}{r} \cdot v_1$$

- A sebességeloszlás tehát hiperbolikus.



- Az áramlás irányában a nyomás csökken, mivel a súrlódás hatására nyomásveszteség keletkezik. ($p_1 > p_2$)
- Lamináris áramlás esetén a sebességeloszlás tengelyszimetrikus és a tengely mentén nem változik, ami azt jelenti, hogy meg határozott r sugáron mindenütt azonos v sebességű az áramlás.
- A rétegek között Newton-féle csúsztatófeszültség keletkezik:

$$\tau = -\eta \frac{dv}{dr}$$

- A cső vízszintes, az áramlás stacionárius, a közeg sűrűsége állandó, ezért a nyomáskülönbség és a súrlódás következtében keletkező erőkön kívül egyéb erő nem hat.

Nyomásból keletkező erő: $(p_1 - p_2)\, r^2 \pi$
Súrlódás okozta erő: $2\pi r \ell \cdot \tau = -2\pi r \ell \cdot \eta (dv/dr)$

- A két erőt egyenlővé téve:

$$(p_1 - p_2)\, r^2 \pi = -2 \cdot \pi \cdot r \cdot \ell \cdot \eta \cdot \frac{dv}{dr}$$

$$(p_1 - p_2) \cdot r = -2 \cdot \ell \cdot \eta \cdot \frac{dv}{dr}$$

$$dv = -\frac{p_1 - p_2}{2 \cdot \eta \cdot \ell} \cdot r \cdot dr$$

$$\int_0^v dv = -\frac{p_1 - p_2}{2 \cdot \eta \cdot \ell} \int_0^r r\, dr$$

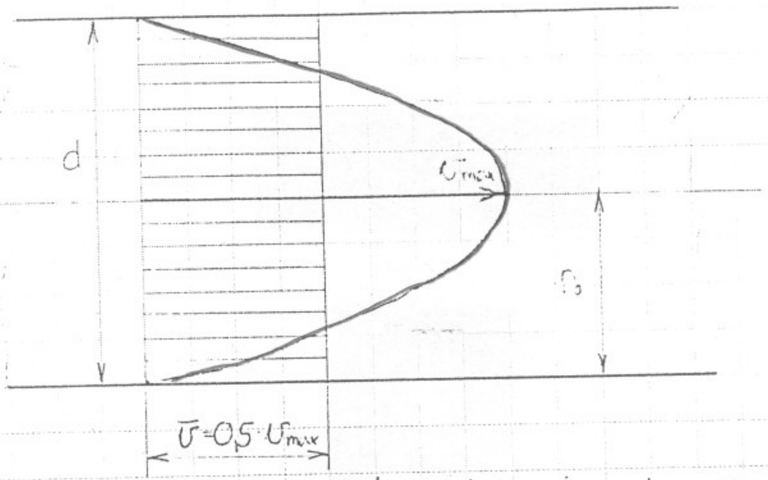
$$v = -\frac{p_1 - p_2}{2 \cdot \eta \cdot \ell} \cdot \frac{r^2}{2} + C$$

ha $v = 0$ akkor $r = r_0$

$$C = \frac{p_1 - p_2}{4 \eta \ell} \cdot r_0^2$$

$$\boxed{v = \frac{p_1 - p_2}{4 \cdot \eta \cdot l}\left(r_0^2 - r^2\right)}$$

- Tehát a $v = f(r)$ sebesség másodfokú parabola szerint változik a sugár mentén, azaz a sebességvektorok csúcsai egy paraboloidon fekszenek:



- A $\dot{V}$ térfogatáram a $\bar{v}$ átlagsebesség és az $A = r_0^2 \pi$ csőkeresztmetszet felhasználásával:

$$\dot{V} = A \cdot \bar{v} = r_0^2 \pi \cdot \frac{p_1 - p_2}{8 \cdot \eta \cdot l} r_0^2 \Rightarrow \boxed{\dot{V} = \frac{\pi \cdot r_0^4 (p_1 - p_2)}{8 \cdot \eta \cdot l}}$$

HAGEN–POISEUILLE–TÖRVÉNY

Súrlódási veszteség

- A csősúrlódás leküzdéséhez szükséges szükséges nyomáskülönbség

$$p_1 - p_2 = \frac{8 \cdot l \cdot \eta \cdot \dot{V}}{\pi \cdot r_0^4}$$

- Az r_0 sugarat d átmérővel, a dinamikai viszkozitást a ν kinematikai viszkozitással kifejezve:

$$\left(\begin{array}{l} r_0^4 = \left(\frac{d}{2}\right)^4 = \frac{d^4}{16} \\ \eta = \rho \cdot \nu \end{array} \right)$$

$$p_1 - p_2 = \frac{128 \cdot l \cdot \rho \cdot \nu \cdot \dot{V}}{\pi \cdot d^4}$$

$$\left(\dot{V} = v \cdot \frac{d^2 \pi}{4} \right)$$

$$p_1 - p_2 = \frac{128 \cdot l \cdot \rho \cdot \nu \cdot v \cdot d^2 \pi}{4 \cdot \pi \cdot d^4}$$

$$p_1 - p_2 = \frac{64 \cdot l \cdot \rho}{2 \cdot d} \cdot \frac{\nu}{d} \cdot v$$

A/11-3

$$p_1 - p_2 = 64 \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\rho}{2} v^2 \cdot \frac{\nu}{d \cdot v} \quad \frac{1}{Re}$$

$$\boxed{\Delta p = p_1 - p_2 = \frac{64}{Re} \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\rho}{2} v^2}$$

$$\Delta p = \rho \cdot g \cdot h_v \qquad Re = \frac{v \cdot d}{\nu}$$

$$\boxed{h_v = \frac{64}{Re} \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g}}$$ Veszteségmagasság

- A csősurlódási veszteség lamináris áramlásnál a cső érdességétől független.
- A 64/Re kifejezést általában λ-val jelölik és csősurlódási tényezőnek nevezik.
- Hengeres csövekben, lamináris áramlás esetén

$$\boxed{\lambda = \frac{64}{Re}}$$

- Ahhoz, hogy két egymással geometriailag hasonló térben az áramlás szintén geometriailag hasonló legyen, nem elegendő a határoló felületek hasonlósága, hanem azon felül szükséges, hogy a folyadékra ható különféle eredetű erők is azonos viszonyban legyenek egymással.
- Az egyes folyadékrészekre ható erők:
  - térerő (G) *
  - nyomásból származó erő (P)
  - súrlódásból származó erő: (S) *
  - tehetetlenségi erő (T) *
- Ilyenformán G, P, S és T, tehát 4 erőnek az arányát kellene állandónak tartani, hogy pl. egy lekicsinyített térben az áramlás az eredetihez hasonló legyen. Miután azonban ez a 4 erő egymással egyensúlyt tart, elegendő 3 erő között fennálló két viszonyt vizsgálni. Nem foglalkozunk a nyomásból származó erővel, mert az az áramlásra nem jellemző.

* Froud-szám:

- Legyen az áramlási tér valamelyik jellemző mérete ℓ, az áramlás jellemző sebessége v, az áramló közeg sűrűsége ϱ, a tömegegységre ható térerő g, nyúlósági tényező η
- Az egységnyi térfogatú folyadékelemre ható térerő:

$$G = \varrho \cdot g$$

- Az egységnyi térfogatra ható tehetetlenségi erő:

$$T = -\varrho \cdot a$$

$$T \sim \varrho \cdot \frac{v^2}{\ell}$$

- A tehetetlenségi és térerő viszonya:

$$\frac{T}{G} = \frac{\varrho \cdot \frac{v^2}{\ell}}{\varrho \cdot g} = \frac{v^2}{\ell \cdot g} \qquad \boxed{Fr = \frac{v}{\sqrt{\ell \cdot g}}}$$

Reynolds-szám:

- A tehetetlenségi és súrlódó erők viszonyából adódik.
- Az egységnyi térfogatra ható súrlódási erő pl. az x irányban felírt Navier-Stokes-egyenlet szerint:

$$S_x = \eta \cdot \Delta v_x = \eta\left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \dots\right) \sim \eta \cdot \frac{v}{\ell^2}$$

$$\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial v_x}{\partial x}\right) \quad \text{viszont} \quad \frac{\partial v_x}{\partial x} \sim \frac{v}{\ell}$$

Így a $\frac{\partial v_x}{\partial x}$ mennyiség kis különbsége és $\frac{v}{l}$-lel arányos. A második differenciálás dimenzió szempontjából egy hosszúsággal való osztást jelent, vagyis

$$\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} \sim \frac{v}{l^2}$$

- A tehetetlenségi és a súrlódási erők viszonya:

$$\frac{T}{S} = \frac{\rho \frac{v^2}{l}}{\eta \cdot \frac{v}{l^2}} = \frac{\rho \cdot v \cdot l}{\eta} = \frac{v\, l}{\nu}$$

$$\boxed{Re = \frac{v \cdot l}{\nu}}$$

Euler-szám:

$$\boxed{Eu = \frac{\Delta p}{\rho \cdot v^2}}$$

Prandtl-szám:

- sebesség és hőfokeloszlást jellemzi

$$\boxed{Pr = \frac{\nu}{a}} \qquad a = \frac{\lambda}{c_p \cdot \rho}$$

Peclet-szám:

$$Pe = Re \cdot Pr \qquad \boxed{Pe = \frac{v \cdot l}{a}} \qquad \frac{\cancel{\nu}}{a} \cdot \frac{v \cdot l}{\cancel{\nu}}$$

Nusselt-szám:

- hőátadás hasonlósági kritériuma

$$\boxed{Nu = \frac{\alpha \cdot l}{\lambda}}$$

Grashof-szám:

- természetes áramlás sebességmezőjének hasonlósági kritériuma

$$\boxed{Gr = \frac{g \cdot \beta \cdot l^3 \cdot (t_w - t_k)}{\nu^2}}$$

Archimedes-szám:

$$\boxed{Ar = \frac{g \cdot \beta \cdot \Delta T \cdot l}{v^2}}$$

- A veszteséges Bernoulli-egyenlet:

$$\boxed{\rho \cdot g \cdot h_1 + p_1 + \frac{\rho}{2} \cdot v_1^2 = \rho \cdot g \cdot h_2 + p_2 + \frac{\rho}{2} \cdot v_2^2 + \Delta p_v}$$

- A Δp_v veszteség egyenes, körkeresztmetszetű hengeres csőben történő áramlás esetén:

$$\boxed{\Delta p_v = \lambda \frac{l}{d} \frac{\rho}{2} v^2}$$

- A veszteségmagasság:

$$\boxed{h' = \frac{\Delta p_v}{\rho g} = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}}$$

- Megfigyelések szerint a csöveknél a λ tényező értéke a Reynold számtól függ. (érdes fal esetén, turbulens áramlásnál k/d-től is)

$$\boxed{\lambda = f(Re) = ?}$$

Lamináris (réteges) áramlás:

- kör keresztmetszetű csőben kialakuló lamináris áramlás esetén:

$$\boxed{\dot{V} = \frac{\pi \cdot r_0^4 \cdot (p_1 - p_2)}{8 \cdot \eta \cdot l}}$$ HAGEN - POISEUILLE - TÖRVÉNY

- Mivel:

$$\dot{V} = A \cdot v = r_0^2 \pi \cdot v$$

- Így a nyomásesés:

$$p_1 - p_2 = \frac{8 \cdot \eta \cdot l \cdot v}{r_0^2} = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v^2$$

- Kifejezve a λ-t:

$$\lambda = \frac{16 \cdot \eta}{\rho \cdot v} \cdot \frac{d}{r_0^2} = \frac{16 \cdot \eta}{\rho \cdot v} \cdot \frac{d}{\frac{d^2}{4}} = 64 \cdot \frac{\eta}{\rho \cdot v \cdot d}$$

$$\frac{1}{Re}$$

- Vagyis

$$\boxed{\lambda = \frac{64}{Re}}$$

- Ezt az összefüggést a technikai gyakorlatban ritkán használjuk, ugyanis az áramlások többnyire turbulensek.

Turbulens (gomolygó) áramlás:

Hidraulikailag sima cső:

- elméleti úton nem határozható meg, így a kapott képletek főleg kísérleti úton lettek meghatározva.

$2320 < Re < 10^5$

$$\boxed{\lambda = \frac{0{,}3164}{\sqrt[4]{Re}}}$$ Blasius-képlete

$10^5 < Re < 5 \cdot 10^6$

$$\boxed{\lambda = 0{,}032 + 0{,}221 \cdot Re^{-0{,}237}}$$ Nikuradse-képlete

$Re > 10^6$

$$\boxed{\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \cdot \log\left(Re\sqrt{\lambda} - 0{,}8\right)}$$ Prandtl-Kármán-képlet

Hidraulikailag érdes cső:

- figyelembe kell venni a cső érdességét és a d/k értékétől, és a Re-szám függvényeként diagrammról (Nikuradse, Moody) leolvasva kapjuk λ értékét.

Nem kör keresztmetszetű csövek:

- Az egyenes, nem kör keresztmetszetű csövekben keletkező nyomásveszteség:

$$\boxed{\Delta p_v = \lambda \frac{l}{d_e} \cdot \frac{\rho}{2} v^2}$$

- d_e: az egyenértékű csőátmérő, melynek értéke a következőképpen alakul
  - Tegyük fel, hogy egy l hosszúságú és d átmérőjű kör keresztmetszetű csőszakaszon ugyanakkora $p_1 - p_2$ nyomásveszteség keletkezik, mint egy ugyancsak l hosszúságú, de tetszőleges keresztmetszetű vezetékszakasz mentén.
  - A τ csúsztatófeszültségből adódó erők mindkét esetben a $p_1 - p_2$ nyomáskülönbségből adódó erőkkel egyensúlyban vannak.
  - A tetszőleges keresztmetszet nedvesített kerülete legyen K, felülete A, így

$$\tau \cdot K \cdot l = A(p_1 - p_2)$$

$$p_1 - p_2 = \frac{\tau \cdot K \cdot l}{A}$$

  - Az előbbivel hidraulikailag egyenértékű d_e átmérőjű csöveknél

$$\tau \cdot \boxed{d_e \cdot \pi} \, l = \boxed{\frac{d_e^2 \pi}{4}} (p_1 - p_2)$$

$$p_1 - p_2 = \frac{4 \cdot l \cdot \tau}{d_e}$$

  - Tehát:

$$\frac{4}{d_e} \cdot l \cdot \tau = \boxed{\frac{K}{A}} \cdot l \cdot \tau$$

$$\boxed{d_e = \frac{4 \cdot A}{K}}$$

ahol A: a tetszőleges alakú keresztmetszet területe
K: az előbbi keresztmetszet nedvesített kerülete

Turbulens áramlás:

- A csősurlódási tényező általában a hidraulikailag egyenértékű átmérővel képzett Reynolds-számtól és a d_e/k relatív érdességtől függ

$$\lambda = f\left(Re; \frac{d_e}{k}\right) = f\left(\frac{d_e \cdot v}{\nu}, \frac{d_e}{k}\right)$$

- Így a λ értéke táblázatból vagy diagramról kapható

Lamináris áramlás:

- A csősurlódási tényező értéke:

$$\lambda = \varphi \cdot \frac{64}{Re}$$

- A Reynolds-számot itt is a d_e egyenértékű csőátmérővel képezzük.
- A φ tényező a keresztmetszet alakjától és a Re-számtól is függ.

Csővezetéki szerelvények áramlási vesztesége:

Általános megállapítások:

- A csővezetékek tartalmazhatnak veszteségeket okozó elemeket.
- Csak kevés esetben lehet az ezekben a szerelvényekben keletkező áramlási veszteségeket elméleti úton meghatározni, így többnyire kísérleti eredményeket használunk fel.
- A csővezeték szerelvényeiben keletkező nyomásveszteséget általában a következő módon számítjuk:

$$\boxed{\Delta p_v = \zeta \frac{\varrho}{2} v^2}$$

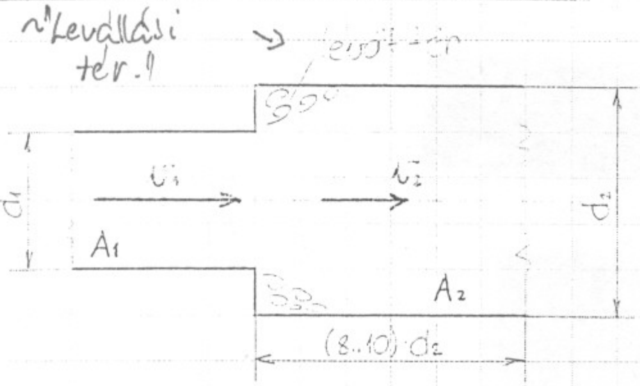
- A ζ (dzeta) veszteségtényező a szerelvény jellemzője, de lehetséges, hogy az a Reynolds-számtól is függ.
- A veszteségtényező meghatározásánál is különbséget kellene tennünk a csőelem lamináris és turbulens átáramlása között, mivel azonban a műszaki gyakorlatban a lamináris áramlás csak igen ritkán fordul elő, így leginkább csak a turbulens áramlás veszteségtényezőivel foglalkozunk.
- A ζ veszteségtényező értékén kívül azt is meg kell adni, hogy az melyik v átlagsebességre vonatkozik, az elem előttire, vagy az elem utánira.

Bearamlóidomok:

- A nyomásveszteség az általános módon számítható.
- A ζ értékét táblázatból kapjuk az idom geometriai méreteitől függően

Keresztmetszetváltozások:

Hirtelen keresztmetszet-bővülés



- Ez a Borda-Carnot veszteség, amelynek értéke:

$$\Delta p_v = \frac{\rho}{2}(v_1 - v_2)^2$$

- Ezt még az alábbi alakban is felírhatjuk:

$$\Delta p_v = \zeta_2 \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v_2^2$$

- Egyenlővé téve a két kifejezést:

$$\zeta_2 \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v_2^2 = \frac{\rho}{2}(v_1 - v_2)^2$$

- A kontinuitás-tételt felhasználva:

$$v_1 \cdot A_1 = v_2 \cdot A_2 \quad \Rightarrow \quad v_1 = \frac{A_2}{A_1} \cdot v_2$$

- Így

$$\zeta_2 \cdot v_2^2 = v_2^2\left(\frac{A_2}{A_1} - 1\right)^2$$

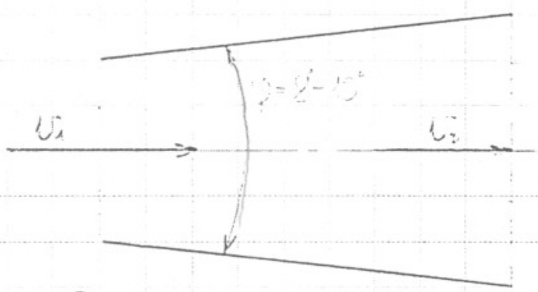
$$\boxed{\zeta_2 = \left(\frac{A_2}{A_1} - 1\right)^2}$$

Fokozatos keresztmetszet-bővülés: (diffúzor)

- a diffúzorban a haladás irányába a sebesség csökken, a nyomás nő. A folyadékrészek a nyomásnövekedés irányába áramolnak, amihez szükséges munkát a mozgási energiájuk csökkenése fedezi
- A Bernoulli-egyenlet értelmében a súrlódásmentes folyadékban ez a mozgásienergia-csökkenés éppen egyenlő a nyomásnövekedéssel szemben végzett munkával.
- A valóságban a mozgási energia-csökkenés egy része a súrlódással szemben is végez munkát és így a Bernoulli-egyenletből számítottnál kisebb nyomásnöveke

dés jön létre.

- A súrlódás különösen a csőfal mentén érezteti hatását, így az itt haladó közegrészek mozgási energiája elégtelen a cső középrészén, a súrlódás által kevésbé fékezett közeg lassuló áramlás folytán kialakuló nyomásnövekedéssel szemben végzendő munka fedezésére. Ennek következtében a fal mellett áramló folyadékrészek megállnak, majd a nyomáskülönbségnek megfelelően visszafelé kezdenek áramlani és ezáltal a fal mellett egy erősen gomolygó réteg keletkezik, a beljebb áramló rétegek pedig nem követik többé a csőfal táguló irányát.
- Ez a jelenség az áramlásnak a falról való leválása és az általa okozott nyomásveszteség a leválási veszteség.
- A leválási veszteség a Bernoulli-egyenletből számított nyomásnövekedésnek igen nagy részét teheti ki. Megszüntetése céljából a diffúzor nyílásszögét csökkenteni kell.
- A legcélszerűbb nyílásszög kör keresztmetszetnél kb $8°$



- leválás megszüntetése:
  - fal mellett nagy sebességű folyadék bejuttatása
  - kis sebességű réteg elszívása.

- Diffúzorhatásfok: a megvalósult nyomásnövekedésnek a Bernoulli-egyenletből számított nyomásnövekedéséhez való viszonya

$$\eta_d = \frac{p_2 - p_1}{\frac{\rho}{2}(v_1^2 - v_2^2)} \qquad \varphi = 8° \text{ esetén } \eta_d \approx 0{,}75 \div 0{,}90$$

- A keletkező nyomásveszteség:

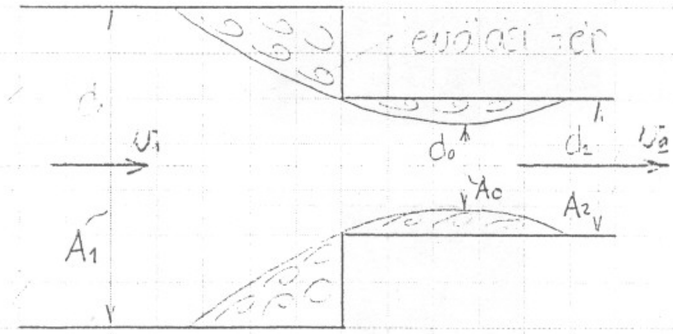
$$\boxed{\Delta p_v = \zeta_2 \cdot \frac{\rho}{2} v_2^2}$$

$\zeta_2 = f\left(\frac{d_2}{d_1}, \varphi\right)$; értéket diagramról kapjuk.

Hirtelen keresztmetszet-szűkülés

- A hirtelen szűkítés következtében keletkező veszteség a hirtelen keresztmetszetbővülés esetéhez hasonlóan az impulzustétel és az egyszerű Bernoulli-egyenlet alkalmazásával elméleti úton meghatározható, ha az összehúzódott sugár A_0 keresztmetszetét ismerjük.
- A nyomásveszteség:

$$\boxed{\Delta p_v = \zeta_2 \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v_2^2}$$



- A ζ_2 veszteségtényező a sugár-összehúzódás mértékétől függ

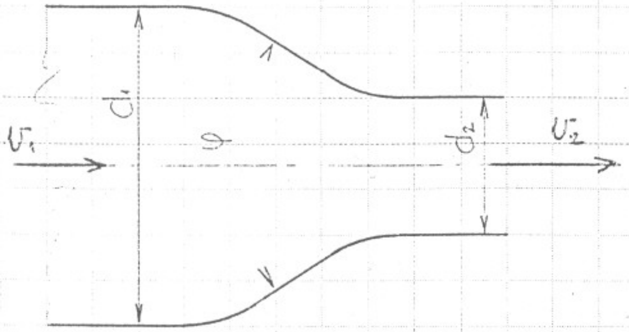
$$\boxed{\zeta_2 = \left(\frac{A_2}{A_0} - 1\right)^2}$$

- Mivel az összehúzódott sugár A_0 keresztmetszetét többnyire nem ismerjük, az éles sarkú szűkítésre vonatkozó ζ_2 veszteségtényező értékét az A_2/A_1 függvényében diagramról állapítjuk meg.

Fokozatos keresztmetszet-csökkenés: (konfúzor, fúvóka)

- szűkülő csőszakasznál, konfúzornál a nyomás az áramlás irányában csökken, így leválástól nem kell tartanunk.
- Fontos a kilépőszáj jó legömbölyítése, mert a csőfal törését a sugár nem követi és tovább húzódik össze.
- A nyomásveszteség:

$$\boxed{\Delta p_v = \zeta_2 \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v_2^2}$$

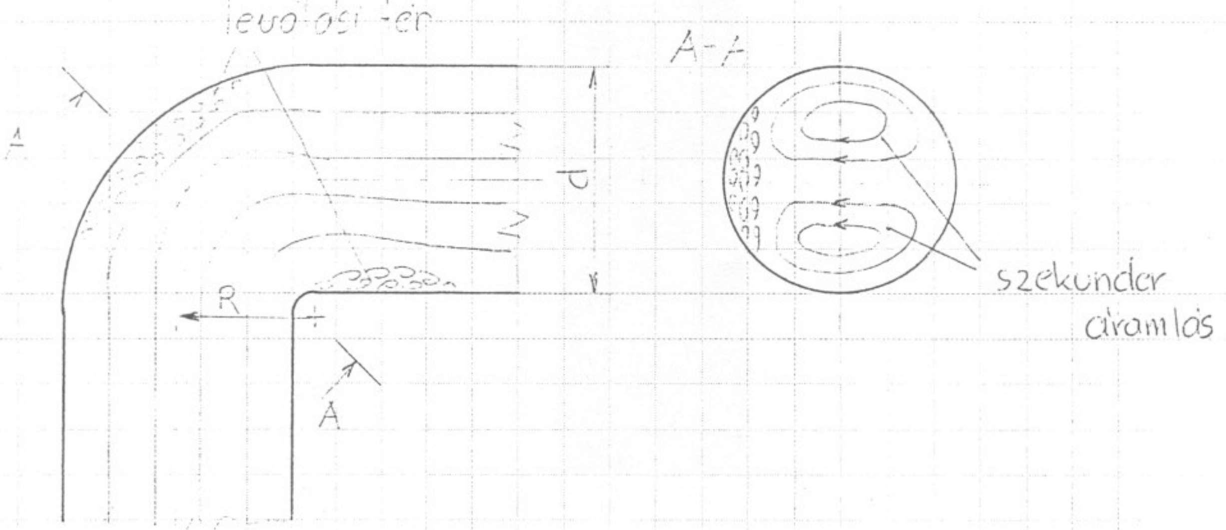


$$\zeta_2 = f\left(k, Re, \frac{d_1}{d_2}, \varphi\right)$$

ζ_2 értékét diagramból kapjuk.

Irányváltoztatás

- Ívcsőben és csőkönyökben a surlódási veszteségen kívül a leválás és a főáramlással összegeződő másodlagos (szekunder) áramlás is veszteséget okoz. Ez a szekunder áramlás annak a centrifugális erőnek a következménye, amely a görbe pálya menten haladó közegre hat. Az áramlás irányára merőleges irányban kifelé a nyomás nő. A nyomásnövekedés mértékét az áramlás sebessége határozza meg, tehát az ugyanakkora görbületi sugáron haladó folyadékrész nagyobb nyomásnövekedést okoz, ha nagyobb a sebessége. A keresztmetszet középső részén haladó részecskék sebessége nagyobb, mint a fal közelében haladó, a surlódás miatt lefékezettekké. Ezért a közeg kisebb sebességű részei a pálya görbületi középpontja felé – a kisebb nyomású hely felé – áramolnak. Így a főáramlásban kettős örvény keletkezik.



- A leválás tartománya annál nagyobb, minnél kisebb a R/d viszonyszám.
- A csőkönyök, vagy ívcső többnyire azonos keresztmetszetű csöveket köt össze, így v=állandó
- Vagyis a nyomásveszteség:

$$\boxed{\Delta p_v = \zeta \cdot \frac{\varrho}{2} \cdot v^2}$$

$$\boxed{\zeta = f_{Re} \cdot \zeta_{ir}}$$

Irányváltás mértékétől függő tényező

Reynolds-számtól függő tényező

Mérőszűkítések:

- A térfogatáram mérésére használatos szűkítőelemek hatására keletkező nyomásveszteség:

$$\boxed{\Delta p_v = \zeta \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v^2} \qquad \zeta \rightarrow \text{diagrammból}$$

- v a szűkítőelem előtti átlagsebesség

Szűrők és rácsok:

Szívókosár:

- A szivattyúk szívóvezetékeinek vízbe nyúló végére rendszerint lábszeleppel ellátott szívókosarat szerelnek:

$$\boxed{\Delta p_v = \zeta \frac{\rho}{2} \cdot v^2} \qquad \zeta \rightarrow \text{táblázatból} \quad (4..5)$$

- v a szívókosár utáni átlagsebesség.

Szűrők:

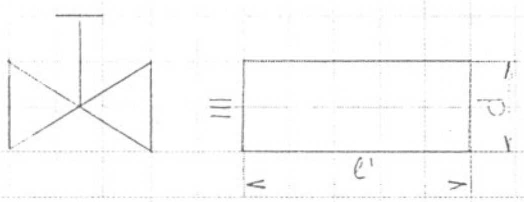
- A csővezetékbe szerelt szűrő nyomásveszteséget okoz

$$\boxed{\Delta p_v = \zeta \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v^2}$$

- v a vezeték szabad keresztmetszetére vonatkozó átlagsebesség.
- ζ értéket diagrammból kapjuk a kialakítástól függően.

Egyenértékű csőhossz:

- Mivel az egyenes csövek és a csőszerelvények nyomásvesztesége $v^2\rho/2$-vel arányos, bármely csővezetéki elem vesztesége egy ugyanolyan veszteséget okozó egyenes csőszakasz hosszával is kifejezhető.



$$\zeta \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v^2 = \lambda \frac{l'}{d} \frac{\rho}{2} \cdot v^2$$

$$\boxed{l' = \frac{\zeta}{\lambda} \cdot d} \qquad \boxed{\zeta_\lambda = \lambda \cdot \frac{l}{d}}$$

$$\boxed{\Delta p_{v\ddot{o}} = \left(\lambda \frac{\sum l}{d} + \sum \zeta\right) \frac{\rho}{2} \cdot v^2 = \lambda \cdot \frac{\sum l + \sum l'}{d} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v^2 = \sum \zeta_\lambda \cdot \frac{\rho}{2} v^2}$$

Csőelágazások:

- változatlan keresztmetszet esetén a nyomás az elágazás után a veszteségek ellenére növekedhet, mert az elágazás után a sebesség csökkent, így az áramlás diffúzoros jellegű.
- Az áramlást elosztó, vagy részáramokat egyesítő csőidomokban az elterelés és a leválások következtében jelentős nyomásveszteségek keletkezhetnek. E veszteségeket meghatározó különböző paraméterek közül a legfontosabbak a csőidomok geometriája és az egyes térfogatáramok aránya. Egyenlő átmérőjű kör keresztmetszetű csőelágazásokn a nyomásveszteség:
  - továbbmenő ágban:

$$\boxed{\Delta p_v = \zeta_e \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v^2}$$

  - elágazó ág:

$$\boxed{\Delta p_v = \zeta_{ág} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v^2}$$

- A vonatkoztatási sebesség mindig az elválasztás előtti ill az egyesítés utáni térfogatáram átlagsebessége
- A különböző kialakítású elágazások, T-idomok, nadrágcsövek veszteségtényezőit táblázatból ill. diagramról kapjuk

Kiegyenlítők (kompenzátorok):

- Hosszú csővezetékekbe a hőtágulások okozta elmozdulás kiegyenlítésére kiegyenlítőket kell beépíteni.

$$\boxed{\Delta p_v = \zeta \cdot \frac{\rho}{2} v^2} \qquad \zeta \longrightarrow \text{táblázatból}$$

Elzáró és szabályzó szervek:

- kialakításukból adódóan az áramlás iránya és keresztmetszete gyakran megváltozik

$$\boxed{\Delta p_v = \zeta \frac{\rho}{2} \cdot v^2}$$

- a v átlagsebesség a csőszerelvény belépő keresztmetszetével határozható meg
- a különböző elzárószerelvények veszteségtényezőit táblázatokból kapjuk.